ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П.КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО КУРСУ «УПРАВЛЕНЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ»

САМАРА
2013

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО КУРСУ «УПРАВЛЕНЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ»

Рекомендовано к изданию редакционно-издательским советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С. П. Королева (национальный исследовательский университет) в качестве методических указаний

САМАРА
Издательство СГАУ
2013

УДК 33
ББК 65.050.2я7

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. СГАУ Г. М. Г р и ш а н о в,
канд. эконом. наук, проф. СГЭУ Н. А. Ч е ч и н

Решение задач по курсу «Управленческие решения»: метод. указания / сост. *В.В. Засканов.* – Самара: Изд-во СГАУ, 2013. – 28 с.

Рассмотрены типовые задачи из курса «Управленческие решения». При этом дифференцированы основные направления теории и практики принятия управленческих решений.

Адресованы студентам, обучающимся по специальности 08.02.00.68, научным работникам, специализирующимся в области управления социально-экономическими системами и экономико-математического моделирования. В силу своей практической направленности также могут быть полезны руководителям и менеджерам фирм.

Разработаны на кафедре «Организация производства».

УДК 33
ББК 65.050.2я7

СОДЕРЖАНИЕ

ТЕМА 1. ОБЛАСТЬ ДОПУСТИМЫХ РЕШЕНИЙ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ

Критерии. Реализация того или иного управленческого решения приводит к различным результатам. Чтобы сравнивать между собой качество управленческих решений, нужно иметь возможность оценивать достигаемые результаты. Итоги управленческого решения оцениваются с помощью некоторых *критериев эффективности* или *критериев оптимальности*. Критерий оптимальности является математическим выражением (моделью) цели управленческого решения, позволяющей количественно оценить степень достижения этой цели. Понятие «критерий» в словаре русского языка определяется как «признак, на основании которого производится оценка, определение или классификация чего-либо». Управленческое решение, наилучшее в смысле выбранного критерия оптимальности, то есть доставляющее ему требуемое экстремальное (максимальное или минимальное) значение, называется *оптимальным управленческим решением (оптимальным управлением)*.

Следует отметить, что понятие «оптимальное управление» является не абсолютным, а относительным. Не существует оптимального управления вообще, всякое оптимальное управление является наилучшим лишь в некотором узком, совершенно конкретном смысле, определяемом критерием оптимальности. Управление, оптимальное в смысле одного критерия, может оказаться далеко не оптимальным и даже очень «плохим» в смысле другого.

В теории принятия управленческих решений критерий есть средство для количественной оценки решений, сравнения их между собой и выбора наилучшего (оптимального). Следовательно, требования, предъявляемые к критерию:

1. *Количественность.*
2. *Измеримость.*
3. *Сопоставимость.*

Любой сложный объект, относительно которого принимается решение, характеризуется многими показателями. Обычно эти показатели неравнозначны: одни из них являются второстепенными, мало связанными с целями управления и поэтому мало влияющими на принятие решений; другие же, напротив, являются главными, непосредственно выражающими цели управления и определяющим образом влияющими на принятие решений. Очевидно, что именно эти показатели должны выступать в роли критериев выбора оптимальных решений.

Поскольку значение критерия оптимальности зависит от величин, описывающих свойство объекта, используемые ресурсы и т.д., то критерий оптимальности часто называют также *критериальной* или *целевой функцией* или *функцией эффективности*. Обозначим целевую функцию через $\Phi(x)$, где $x = (x_1, x_2, ..., x_i, ..., x_n)$, n-мерный вектор состояния объекта управления.

Ограничения. Область допустимых решений. Грамотная постановка и решение задачи по поиску оптимального управленческого решения невозможна без учета ограничений, которые всегда присущи объекту управления и обусловлены его физическими, экономическими и другими свойствами. Совокупность данных ограничений представляет собой *область допустимых состояний* объекта управления.

Управляемый объект в общем случае не является обособленным, а функционирует в некоторой окружающей его внешней среде. Поэтому ограничения, в рамках которых принимается управленческое решение, определяются двумя факторами: внешним и внутренним.

Внешние ограничения – это те, которые продиктованы внешней средой, например, спрос на продукцию, цена покупаемого сырья, объем поставок, который готов предоставить поставщик и т.д. Лицо, принимающее решение, практически не имеет возможности влиять на эти ограничения. Обозначим $x^{внеш} = (x_1^{внеш}, x_2^{внеш}, ..., x_j^{внеш}, ..., x_n^{внеш})$ – вектор внешних ограничений.

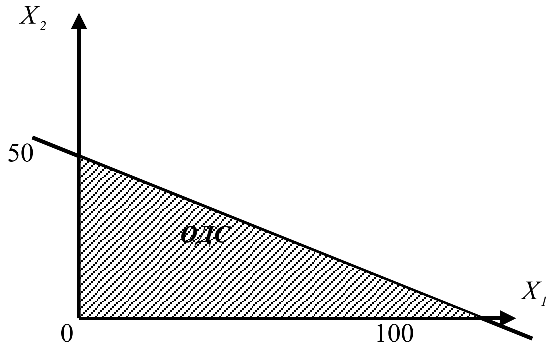
Внутренние ограничения – это те, которые определяются внутренней природой объекта, его свойствами, спецификой, возможностями. На некоторые из внутренних ограничений лицо, принимающее решение, может влиять, то есть корректировать, изменять в некоторых допустимых пределах. Вектор внутренних ограничений обозначим $x^{внут} = (x_1^{внут}, x_2^{внут}, ..., x_j^{внут}, ..., x_n^{внут})$.

Пересечение внешних и внутренних ограничений образует область допустимых состояний объекта управления, то есть $X = x^{внеш} \bigcap x^{внут}$.

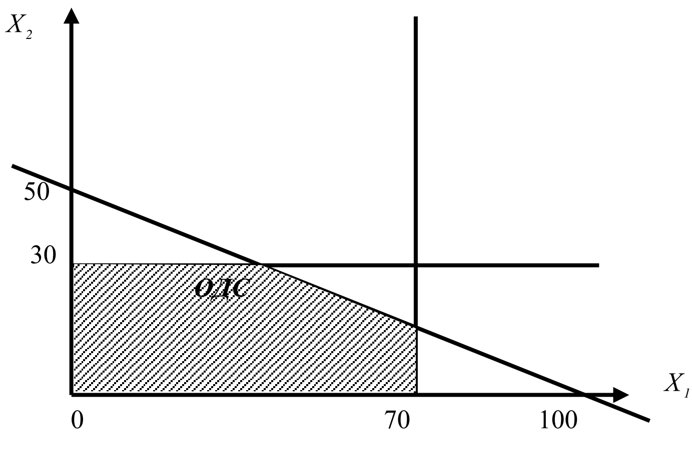
Очевидно, что при решении задачи о поиске оптимального управленческого решения необходимо наложить ограничение на возможные состояния объекта управления, а именно $x \in X$.

Пример.

Производственный объект выпускает два типа продукции. Для этого используется один ресурс (деньги). Орган управления формирует планы по выпуску продукции. Стоимость выпуска единицы продукции каждого типа составляет 1 и 2 денежных единицы соответственно. Величина оборотных средств составляет 100 денежных единиц. Дадим графическую интерпретацию области допустимых состояний.



Предположим, что в системе существует внутреннее ограничение, связанное с производственными возможностями, а именно, предельно допустимый объем производства продукции первого типа составляет 70 единиц, второго – 30. Как в этом случае изменится область допустимых состояний?



Задание.

Производственно-технологический объект (нефтеперерабатывающее предприятие) выпускает бензин, который характеризуется показателем качества (температура начала кипения). Значение температуры начала кипения по ГОСТу – $35^{\circ}C$. Фактическое значение этого параметра должно быть не меньше. Объем выпускаемой продукции связан с показателем качества следующим уравнением:

$$y = a - bt\ ,$$

где y – объем выпуска продукции, t – показатель качества (температура начала кипения), a, b – числовые коэффициенты.

1. Постройте область допустимых состояний при $a = 287{,}5$ и $b = 2{,}5$.

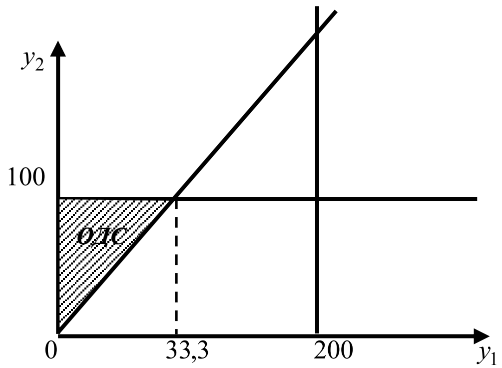
2. Пусть орган управления дает плановое задание по объему выпуска продукции: $\pi = 100$. Как изменится область допустимых состояний?

Оптимизация процессов смешения полуфабрикатов (нефтепереработка)

Пример.

Имеется два полуфабриката бензина с показателями качества октанового числа. У первого полуфабриката октановое число $O_1 = 86$, у второго – $O_2 = 98$. Запасы объемов полуфабрикатов равны 200 и 100 единиц соответственно. Октановое число смеси описывается аддитивным законом: $O^{смеси} = \dfrac{O_1 y_1 + O_2 y_2}{y_1 + y_2}$, где y_1 и y_2 – объем первого и второго полуфабриката.

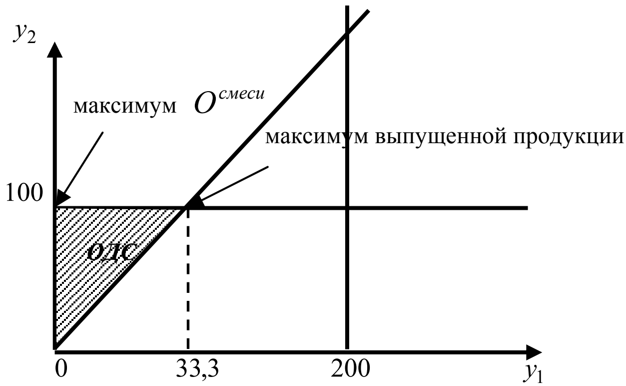
Построим область допустимых состояний (решений) при рецептуре $O^{смеси} \geq 95$.



Найдем оптимальное решение для смешивания бензинов по критерию:

a) максимум выпущенной продукции;

b) максимум $O^{смеси}$.



Задание.

На нефтеперерабатывающем заводе имеются в наличии три вида полуфабрикатов бензина, запасы которых ограничены. Качество полуфабрикатов характеризуется октановым числом: 74, 80 и 98. Необходимо решить задачу смешения по критерию максимизации прибыли так, чтобы получить два конечных продукта – бензины с октановыми числами 76 и 92 соответственно, учитывая, что октановое число смеси описывается аддитивным законом. Запасы и цены полуфабрикатов, а также цены конечных продуктов даны в таблице:

Полуфабрикаты (октановое число)	***Запасы***	***Цена***
74	100	2
80	150	7
98	50	12
Продукция (октановое число)	***Объем производства***	***Цена***
76	?	6
92	?	11

ТЕМА 2. ФОРМУЛИРОВКА И РЕШЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ И ЭКОНОМИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

В задаче принятия управленческих решений рассматриваемого класса можно дать строгую математическую постановку. Она может быть представлена в следующем виде.

Пусть имеет место процесс принятия управленческого решения, результат которого зависит от вектора состояния объекта управления и некоторых неслучайных фиксированных параметров, полностью известных лицу, принимающему решение. Вектор состояния объекта управления может быть представлен в виде n-мерного вектора $x = (x_1, x_2, ..., x_j, ..., x_n)$, на компоненты которого наложен ряд ограничений, обусловленных физическим и экономическим смыслом задачи. Эффективность управления характеризуется некоторым численным критерием оптимальности Φ.

Для определенности будем считать, что речь идет о поиске оптимального решения по управлению деятельностью некоторой производственной организации по критерию максимизации выручки. Пусть организация выпускает n штук продукции. Объем производства продукции обозначим через $x_j, j = \overline{1,...,n}$, цену продукции через c_j. При производстве продукции используются m штук сырьевых ресурсов. Через $b_i, i = \overline{1,...,m}$ обозначим запасы сырьевых ресурсов. Примем, что a_{ij} норматив затрат i-го ресурса на производство одной штуки j-й продукции. Требуется определить оптимальный объем производства продукции, при котором прибыль системы будет максимальной.

Математическая запись сформулированной задачи имеет вид:

$$\begin{cases} \Phi = \sum\limits_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max, \\ \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j \le b_i, i \in \overline{1,m}, \\ x_j \ge 0, j \in \overline{1,...,n}. \end{cases} \qquad (2.1)$$

Задачу (2.1) часто называют задачей линейного программирования. Она характеризуется тем, что целевая функция и ограничения являются линейной функцией переменных x. Все остальные задачи математического программирования, не сводимые к постановке (2.1) являются нелинейными задачами.

Решением задачи являются оптимальные объемы производства продукции x_j^0 и максимальное значение целевой функции $\Phi^0 = \Phi(x_j^0)$.

В настоящее время известно большое количество методов решения задачи линейного программирования. Из них наиболее универсальным и получившим широкое распространение является симплекс-метод. Этот метод хорошо разработан и доведен до стандартных программ, входящих в состав математического обеспечения современных компьютеров. Симплекс-метод является универсальным методом, пригодным для решения любой задачи линейного программирования. Достоинством его является возможность получить точное решение за конечное число шагов.

При линейной постановке задачи принятия управленческих решений всегда следует иметь в виду, что линейное, а тем более детерминированное, описание задачи обычно представляет собой довольно грубое приближение реальной задачи. Более детальный анализ задачи часто позволяет обнаружить нелинейные и стохастические явления (под нелинейным явлением понимается такое, в котором отсутствует прямая пропорциональность между причиной и результатом).

Графическую интерпретацию задачи линейного программирования рассмотрим на примере.

Пример.

Имеется предприятие по производству колбасы. Выпускается два вида продукции: колбаса «Вареная» по цене 120 руб. за кг и колбаса «Ветчинно-рубленная» по цене 200 руб. за кг. При производстве используется три вида ресурса: свинина, говядина и горох. На складе имеется говядина в объеме 100 кг, свинина в объеме 60 кг и горох в объеме 30 кг. Известны нормативы затрат каждого вида ресурса на производство единицы продукции.

	Колбаса «Вареная»	***Колбаса «Ветчинно-рубленная»***
Говядина	0,7	0,3
Свинина	0,2	0,6
Горох	0,1	0,1

Лицо, принимающее решение, должно составить оптимальный план выпуска продукции, который удовлетворял бы условиям:

1) уложиться в ограничения задачи;
2) обеспечить максимум выручки от реализации выпускаемой продукции.

Согласно введенным обозначениям при формулировке задачи (2.1) имеем:

x_1, x_2 – объем производства первой (колбаса «Вареная») и второй (колбаса «Ветчинно-рубленная») продукции;

$c_1 = 120,\ c_2 = 200$ – цена за единицу первой и второй продукции;

$b_1 = 100, b_2 = 60, b_3 = 30$ – запасы ресурсов на складе (говядина, свинина, горох);

$\alpha_{11} = 0{,}7$, $\alpha_{12} = 0{,}3$ – нормативы затрат говядины на производство единицы первой и второй продукции соответственно;

$\alpha_{21} = 0{,}2$, $\alpha_{22} = 0{,}6$ – нормативы затрат свинины на производство единицы первой и второй продукции соответственно;

$\alpha_{31} = 0{,}1$, $\alpha_{32} = 0{,}1$ – нормативы затрат гороха на производство единицы первой и второй продукции соответственно.

С учетом сказанного, математическая запись задачи примет вид:

$$\Phi = 120x_1 + 200x_2 \to \max$$
$$\begin{cases} 0,7x_1 + 0,2x_2 \le 100, \\ 0,2x_1 + 0,6x_2 \le 60, \\ 0,1x_1 + 0,1x_2 \le 30, \\ x_1, x_2 \ge 0. \end{cases} \tag{2.2}$$

В системе координат x_1, x_2 построим область допустимых решений (ОДР) задачи (2.2), которая представляет собой пересечение всех ограничений рис.2.1.

Стоит отметить, что любая точка из области допустимых решений будет являться решением задачи, то есть удовлетворять всем ограничением, но не обязательно будет являться оптимальной с точки зрения критерия. Оптимальное решение всегда находится на пересечении ограничений (угловая точка). Оно не обязательно является единственным. Возникают ситуации с бесконечным множеством оптимальных решений, например, когда любая точка на отрезке прямой является оптимальной.

Для определения оптимальной точки геометрическим методом дополнительно построим прямую, соответствующую нулевому уровню целевой функции, в нашем случае выручке (рис. 2.2).

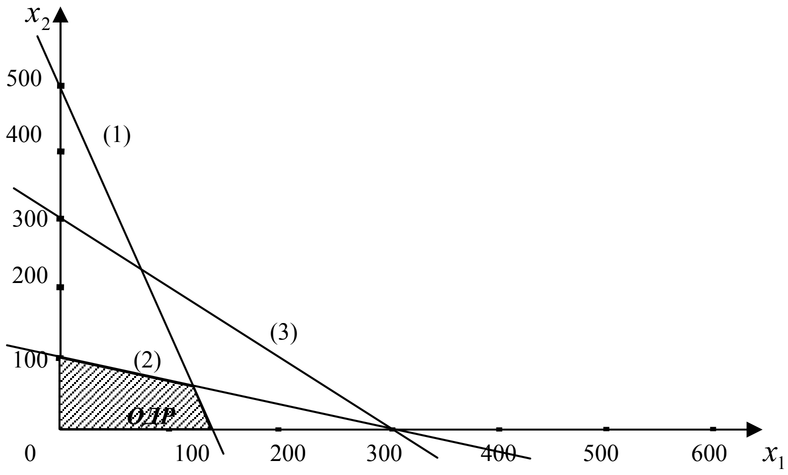


Рис. 2.1. Геометрическая интерпретация области допустимых решений

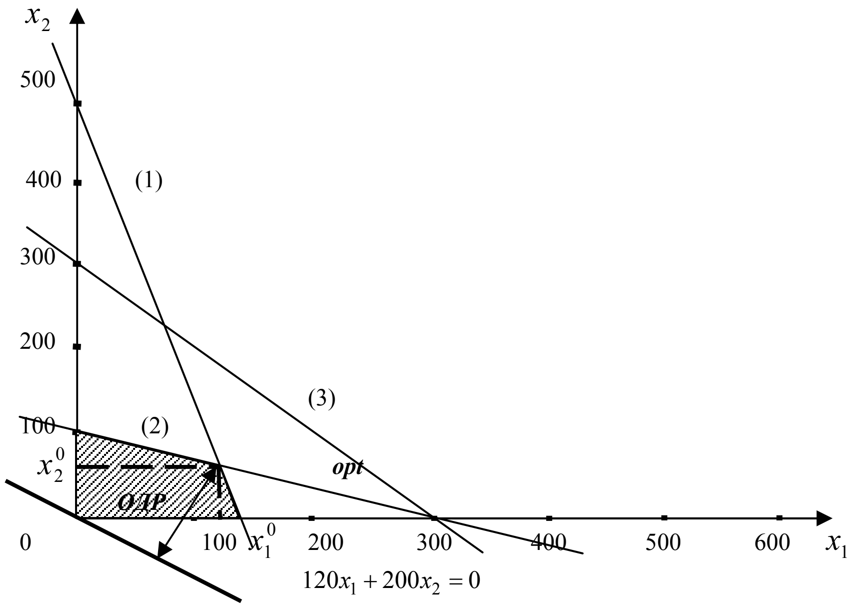


Рис. 2.2. Определение оптимальной точки геометрическим методом

Наиболее удаленная от этой прямой точка из ОДР и будет являться оптимальной, то есть максимизирующей критерий задачи.

Из рис. 2.2 видно, что оптимальная точка образуется на пересечении первого и второго ограничений. Ее координаты найдем из решения системы двух алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 0{,}7x_1 + 0{,}2x_2 = 100 \\ 0{,}2x_1 + 0{,}6x_2 = 60 \end{cases}, \tag{2.3}$$

откуда $x_1^0 = 126{,}3$, $x_2^0 = 57{,}9$. Следовательно, максимальное значение критерия задачи (выручки) равно $\Phi^0 = 120 \times 126{,}3 + 200 \times 57{,}9 = 26736$.

Задание.

Фирма выпускает два вида продукции. Цена реализации единицы каждого из них составляет 5 денежных единиц. В процессе производства используются три ресурса. Их запасы составляют 100, 100 и 150 единиц соответственно. Нормативы затрат первого ресурса на производство единицы продукции 1-го и 2-го вида – 2 и 1 соответственно, второго – 1 и 3 соответственно, третьего – 1 и 1. Сформулируйте и решите геометрическим методом оптимизационную задачу по максимизации выручки.

ТЕМА 3. АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ В ЗАДАЧАХ УПРАВЛЕНИЯ, ЗАДАЧА ВЗАИМОЗАМЕНЯЕМОСТИ РЕСУРСОВ

В реальной жизни, при реализации того или иного управленческого решения (в нашем случае – оптимальной производственной программы), имеют место возмущения по параметрам системы, обусловленные внешними и внутренними факторами. Эти возмущения приводят к изменению оптимальных значений переменных задачи (объема производства продукции) и целевой функции (прибыли). Поэтому, возникает задача об оценке влияния этих возмущений на управленческое решение и на ее базе формулировки конкретных действий, которые лицо, принимающее решения, должно будет выполнить в этих условиях.

Для решения поставленной задачи будем использовать математический аппарат теории чувствительности.

Пусть мы находимся в классе задач линейного программирования:

$$\begin{cases} \Phi = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j \le b_i \end{cases},$$

где c_j, a_{ij}, b_i – параметры модели.

Предположим, найдено оптимальное решение задачи, то есть, определены выходные характеристики задачи, а именно – оптимальные значения переменных x_i^o и целевой функции Φ^o.

При этом оказалось, что по некоторым видам продукции $x_j^0(j=1,k) \ne 0$, а для других видов продукции $x_j^0(j=k+1,n)=0$. Продукцию, для которой $x_i^o > 0$, будем называть «выгодной»; продукцию, для которой $x_i^o = 0$ – «невыгодной».

Введем в рассмотрение характеристику резервов по ресурсам $y_i = b_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j^o$, которая показывает количество ресурса *i*-го вида, оставшегося после реализации оптимального решения.

Если $y_i = 0$, то ресурс будем называть «дефицитным». Если $y_i > 0$ – ресурс «недефицитный».

Оценим влияние изменения запасов *i*-го ресурса на выходные характеристики задачи. Для этого введем в рассмотрение коэффициенты чувствительности $\alpha_j^i = \dfrac{\partial x_j}{\partial b_i}$, которые показывают, насколько изменится значение *j*-й переменной при увеличении запаса *i*-го ресурса на единицу. В теории чувствительности обосновано, что данные коэффициенты отличны от нуля для «дефицитных» ресурсов и равны нулю для «недефицитных».

Коэффициенты чувствительности $z_i = \dfrac{\partial \Phi}{\partial b_i} = \sum_{j=1}^{n} c_j \dfrac{\partial x_j}{\partial b_i} = c_j \sum_{j=1}^{n} \alpha_j^i$ показывают, насколько изменится значение целевой функции при увеличении запаса i – го ресурса на единицу.

Пример.

Проведем анализ чувствительности решения к изменению параметров системы для следующего числового примера. Пусть целевой функцией является максимизация прибыли, а ограничениями выступают запасы сырьевых ресурсов.

$$\Phi = 2x_1 + 2x_2 \to \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 100 \\ 2x_1 + x_2 \le 100 \\ 2x_1 + 2x_2 \le 300 \end{cases} \left| \begin{matrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{matrix} \right. .$$

Оптимальным решением задачи является

$$x_1^o = 100/3,\ x_2^o = 100/3,\ \Phi^o = 400/3\ .$$

Так как $x_1^o, x_2^o > 0$, следовательно, и первая, и вторая продукция «выгодные».

Определим резервы по ресурсам.

Так как $y_i = b_i - \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij} x_j^o$, то $y_1 = 0,\ y_2 = 0,\ y_3 = 500/3$.

Отсюда делаем вывод, что первый и второй ресурс являются «дефицитными», третий – «недефицитным». Так как, коэффициенты чувствительности для «недефицитного» ресурса равны нулю, следовательно $\alpha_1^3 = \alpha_2^3 = 0, z_3 = 0$. Для определения оставшихся коэффициентов чувствительности исключаем из системы ограничений третье неравенство, в двух других перейдем к строгим равенствам и обозначим правые части через b_1 и b_2.

Получим:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = b_1 \\ 2x_1 + x_2 = b_2 \end{cases}.$$

Продифференцируем данную систему по b_1 :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial x_1}{\partial b_1} + 2\dfrac{\partial x_2}{\partial b_1} = 1 \\ 2\dfrac{\partial x_1}{\partial b_1} + \dfrac{\partial x_2}{\partial b_1} = 0 \end{cases},$$

или, с учетом $\alpha_j^i = \dfrac{\partial x_j}{\partial b_i}$, $\begin{cases} \alpha_1^1 + 2\alpha_2^1 = 1 \\ 2\alpha_1^1 + \alpha_2^1 = 0 \end{cases}$, откуда $\alpha_1^1 = -\dfrac{1}{3},\ \alpha_2^1 = \dfrac{2}{3}$.

Аналогично, после дифференцирования системы по b_2, определим $\alpha_1^2 = \frac{2}{3}, \alpha_2^2 = -\frac{1}{3}$.

Рассчитаем коэффициенты чувствительности целевой функции к вариациям «дефицитных» ресурсов.

Так как $z_i = \frac{\partial \Phi}{\partial b_i} = \sum_{j=1}^{n} c_j \frac{\partial x_j}{\partial b_i} = c_j \sum_{j=1}^{n} \alpha_j^i$, следовательно:

$$z_1 = c_1\alpha_1^1 + c_2\alpha_2^1 = 2(-\frac{1}{3}) + 2(\frac{2}{3}) = \frac{2}{3};$$

$$z_2 = c_1\alpha_1^2 + c_2\alpha_2^2 = 2(\frac{2}{3}) + 2(-\frac{1}{3}) = \frac{2}{3}.$$

Предположим, что запас первого ресурса увеличился на 30 единиц. Как это повлияет на управленческое решение, а именно – на оптимальную производственную программу и прибыль? Воспользуемся коэффициентами чувствительности α_1^1 и α_2^1.

Так как $\alpha_1^1 = -\frac{1}{3}$, следовательно, при увеличении запаса первого ресурса на 30 единиц, оптимальный объем производства первой продукции уменьшится на $30 \cdot \frac{1}{3} = 10$ единиц.

Так как $\alpha_2^1 = \frac{2}{3}$, следовательно, при увеличении запаса первого ресурса на 30 единиц, оптимальный объем производства второй продукции увеличится на $30 \cdot \frac{2}{3} = 20$ единиц.

Так как коэффициент чувствительности $z_1 = \frac{2}{3}$, следовательно, при увеличении запаса первого ресурса на 30 единиц, максимальное значение прибыли увеличится на $30 \cdot \frac{2}{3} = 20$ единиц.

Аналогично можно провести анализ чувствительности оптимального решения при изменении запасов по другим ресурсам.

Задание.

Используя данные задачи (см. ***задание***, тема 2, стр. 13) рассчитайте коэффициенты чувствительности α_j^i и z_i.

ТЕМА 4. ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ

Под устойчивостью управленческих решений в задачах оптимизации обычно понимают неизменность опорного базиса системы. В задаче, рассматриваемой в курсовом проекте, опорный базис – ситуация, при которой сохраняется номенклатура выгодной и невыгодной продукции, а также номенклатура дефицитных и недефицитных ресурсов.

Рассмотрим общетеоретический подход к задаче исследования устойчивости опорного базиса системы. Предположим, что возникли возмещения по некоторому дефицитному ресурсу Δb_s. Это изменение приведет к изменению значений переменных x_j, а именно $\Delta x_j = \alpha_j^s \Delta b_s$.

Если известно оптимальное значение переменной x_j^0, то новое значение переменной x_j^H определяется как:

$$x_j^H = x_j^0 + \Delta x_j = x_j^0 + \alpha_j^s \Delta b_s.$$

Условием неизменности базиса является тот факт, что объем продукции *j* должен быть положительным $x_j^H > 0$. Если он станет равным нулю, то продукция не будет включена в производственную программу, то есть она из разряда «выгодных» перейдет в «невыгодные». Математически это условие запишется так:

$$x_j^0 + \alpha_j^s \Delta b_s > 0 \text{ или } \Delta b_s > -\frac{x_j^0}{\alpha_j^s} \qquad (4.1)$$

Конкретизируем сформулированное выше условие. Оценка зависимости устойчивости решения по x_j^0 относительно колебаний по b_s во многом определяется знаком показателя α_j^s.

Если $\alpha_j^s > 0$, то из условия (4.1) следует:

$$\Delta b_s^{\max} = \infty, \ \Delta b_s^{\min} = -\frac{x_j^0}{\alpha_j^s}.$$

Если $\alpha_j^s < 0$, то из условия (4.1) следует:

$$\Delta b_s^{\min} = -\infty, \ \Delta b_s^{\max} = -\frac{x_j^0}{\alpha_j^s}.$$

Содержательно это можно прокомментировать следующим образом. Если $\alpha_j^s > 0$, то добавление ресурса s приведет к увеличению объема выпуска j-й продукции, следовательно, в этом случае изменения опорного базиса системы не произойдет.

Если $\alpha_j^s < 0$, то добавление ресурса s может привести к изменению опорного базиса, то есть объем выпуска j-й продукции может стать равным нулю, то есть продукция не будет выпускаться.

Рассмотрим недефицитный ресурс b_i, для которого резерв $y_i \neq 0$ и рассчитывается как $y_i = b_i - \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j^o$. Предположим, возникло возмущение по запасу дефицитного ресурса Δb_s, оно приведет к изменению значений переменных Δx_j. В свою очередь, изменение Δx_j приведет к изменению запасов недефицитных ресурсов Δy_i ($\Delta b_s \rightarrow \Delta x_j \rightarrow \Delta y_i$). Следовательно, может возникнуть такая ситуация, когда Δb_s приведет к тому, что запас недефицитного ресурса станет равным нулю ($\Delta y_i = 0$). Это означает, что недефицитный ресурс стал дефицитным, то есть изменилась номенклатура дефицитных и недефицитных ресурсов и произошла смена опорного базиса системы. В этом случае математическая формулировка условия неизменности базиса имеет вид:

$$y_i^H = y_i + \Delta y_i > 0 . \tag{4.2}$$

Пример.

Проведем анализ устойчивости опорного базиса для следующей модели:

$$\Phi = 2x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 100 \\ 2x_1 + x_2 \le 100 \\ 2x_1 + 2x_2 \le 300 \end{cases} \begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{vmatrix} .$$

Оптимальным решением задачи является

$$x_1^o = \frac{100}{3},\ x_2^o = \frac{100}{3},\ \Phi^o = \frac{400}{3}.$$

Резервы по ресурсам равны $y_1 = 0,\ y_2 = 0,\ y_3 = \frac{500}{3}$.

Отсюда, исходный опорный базис системы представляет собой: две «выгодные», первый и второй ресурс дефицитный, третий недефицитный.

Определим диапазон изменения запасов дефицитных ресурсов b_1 и b_2, в рамках которого смена опорного базиса не произойдет:

$$\Delta b_{1,1} = -\frac{x_1^0}{\alpha_1^1} = -(-)\frac{100 \cdot 3}{3} = 100,\ \Delta b_{1,2} = -\frac{x_2^0}{\alpha_2^1} = -\frac{100 \cdot 3}{3 \cdot 2} = -50 .$$

Следовательно, если запас первого ресурса увеличится на 100 единиц или уменьшится на 50, произойдет смена опорного базиса системы (рис. 4.1). В первом случае «невыгодной» станет первая продукция, во втором – вторая.

Аналогично для второго ресурса:

$$\Delta b_{2,1} = -\frac{x_1^0}{\alpha_1^2} = -\frac{100\cdot 3}{3\cdot 2} = -50\,,\quad \Delta b_{2,2} = -\frac{x_2^0}{\alpha_2^2} = -(-)\frac{100\cdot 3}{3} = 100\,.$$

Следовательно, если запас второго ресурса уменьшится на 50 или увеличится на 100 единиц, произойдет смена опорного базиса системы (рис. 4.1). В первом случае «невыгодной» станет вторая продукция, во втором – первая.

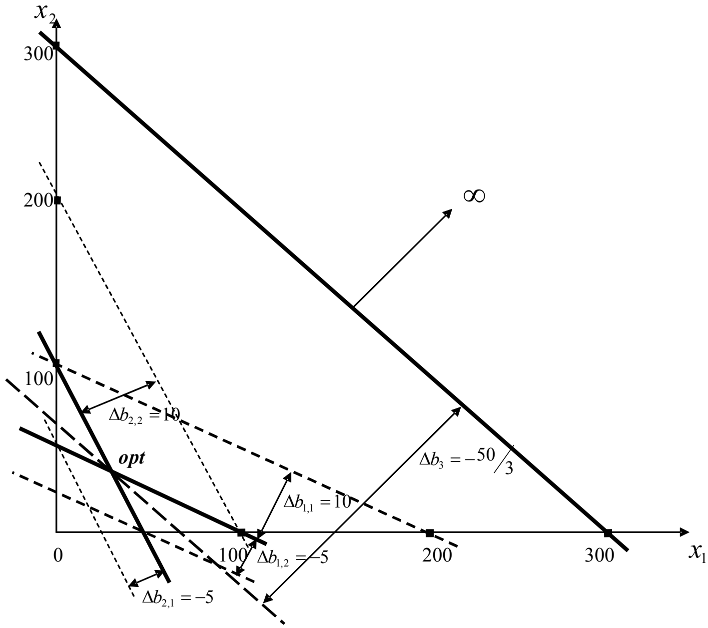


Рис. 4.1. Графическая интерпретация устойчивости опорного базиса системы

При увеличении запаса третьего (недефицитного) ресурса смена опорного базиса не произойдет (рис. 4.1), а при уменьшении на некоторую величину Δb_3, возникает ситуация, когда ресурс становится дефицитным. Из выражения (4.2) следует, что $\Delta b_3 = -y_3 = -500/3$.

Задание.

Используя данные задачи (см. ***задание*** к теме 2,3, стр. 13,16) рассчитайте предельные изменения запасов ресурсов $\Delta b_1, \Delta b_2, \Delta b_3$, приводящие к смене опорного базиса системы.

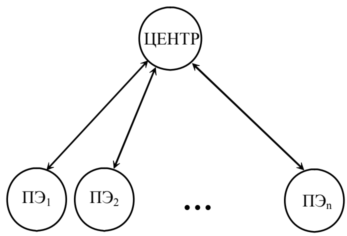
ТЕМА 5. ДЕЛОВАЯ ИГРА. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ДВУХУРОВНЕВОЙ ОРГАНИЗАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Рассмотрим организационную систему, состоящую из Центра и «n» производственных элементов (ПЭ).

Каждый производственный элемент характеризуется показателем эффективности r_i и функцией затрат z_i. Показатель r_i характеризует эффективность работы i-го производственного элемента. Он определяется условием автоматизации, механизации, применением ресурсосберегающих технологий, организации производства и т.д. Примем далее, что затраты *i-го* производственного элемента описываются следующей моделью:

$$z_i = \frac{x_i^2}{2r_i}, \qquad (5.1)$$

где x_i – объем работ, выполненный ***i***-м производственным элементом.



Перед Центром стоит задача распределения между производственными элементами работ в объеме R таким образом, чтобы затраты всей системы были минимальны. То есть центр решает следующую оптимизационную задачу:

$$\begin{cases} \Phi = \sum_{i=1}^{n} \dfrac{x_i^2}{2r_i} \to \min \\ \sum_{i=1}^{n} x_i = R \end{cases} \qquad (5.2)$$

Если Центру известны реальные значения показателей эффективности r_i (*случай определенности*), то решением задачи (5.2) является закон пропорционального распределения:

$$x_i^0 = \frac{r_i}{\sum_i r_i} R . \qquad (5.3)$$

В *случае неопределенности*, когда Центр не знает точного значения r_i, но ему известен возможный диапазон изменения этого показателя ($d_i \le r_i \le D_i$), задача решается методом формирования данных. Речь идет о том, что каждый производственный элемент сообщает Центру оценку своего показателя эффективности «s_i». Данная оценка должна удовлетворять условию $d_i \le s_i \le D_i$. Тогда оптимальным для Центра является следующий закон распределения:

$$x_i^0 = \frac{s_i}{\sum_i s_i} R . \qquad (5.4)$$

Проанализируем стратегии поведения производственных элементов в условиях неопределенности. Пусть их целевой функцией является максимизация своей прибыли:

$$f_i = Цx_i - \frac{x_i^2}{2r_i} \to \max , \qquad (5.5)$$

где $Ц$ – стоимость единицы работы.

Анализ функции (5.5) на экстремум подсказывает решение, оптимальное с точки зрения производственного элемента:

$$x_i^* = Цr_i . \qquad (5.6)$$

Выражение (5.6) позволяет определить объем производства, максимизирующий прибыль производственного элемента, следовательно, исполнитель будет стремиться, чтобы Центр назначил ему именно этот объем работ. Стратегией производственных элементов является выбор значения оценки s_i. В данной задаче удается определить возможные равновесные ситуации по Нэшу.

Равновесие Нэша – эта такая ситуация, в которой ни одному из участников не выгодно изменять свою стратегию, если её не изменяют остальные.

Очевидно, что желаемый объем работ с точки зрения всех производственных элементов определяется как:

$$V = \sum_{i=1}^{n} x_i^* = Ц\sum_{i=1}^{n} r_i \qquad (5.7)$$

В зависимости от соотношения R и V возможны следующие равновесные ситуации:

1) $R < V$, то есть производственные элементы хотят получить объем работ больше, чем им может предложить центр. Следовательно, согласно выражению (5.4) производственные элементы будут стараться завышать свои оценки s_i. Равновесная ситуация по Нэшу примет вид $s_i^P = D$.

2) $R > V$, ситуация обратная первой и равновесное состояние принимает вид $s_i^P = d$.

3) $R = V$, в этом случае для максимизации собственной прибыли производственные элементы могут сообщать истинное значение показателя эффективности r_i. Следовательно, равновесие по Нэшу будет иметь вид $s_i^P = r_i$.

Задание.

Следуя указаниям преподавателя, провести деловую игру, позволяющую смоделировать функционирование данной организационной системы в условиях неопределенности.

ТЕМА 6. МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОСТЬ В УПРАВЛЕНИИ

В практике организационного управления достаточно часто встречаются ситуации, когда состояние объекта, эффективность его функционирования характеризуется различными показателями, каждый из которых определяет конкретные свойства, достижения в определенных направлениях деятельности. Кроме того, эти показатели имеют различный содержательный и экономический смысл, различную размерность и их абсолютные значения могут существенно отличаться. В связи с этим возникает проблема «свертки» исходных показателей в некоторый интегральный критерий, являющийся количественной мерой эффективности функционирования системы.

Первой проблемой, которая имеет место в данной задаче, является нормирование исходных показателей. Здесь возможны следующие варианты

$$x_i^* = \frac{x_i}{\pi_i}, \quad x_i^* = \frac{x^i}{H^i}, \quad x_i^* = \frac{x^i}{x^i(-)}, \qquad (6.1)$$

где x_i – фактическое значение *i*-го показателя, π_i – плановое значение по *i*-му показателю, H^i – нормативное значение по *i*-му показателю, $x_i(-)$ – значение *i*-го показателя в предшествующий период.

Учитывая структуру моделей (6.1), нормативные значения x_i^* являются безразмерными и колеблются в диапазоне «1».

Интегральный критерий может быть сформирован следующим образом

$$\Phi = \sum \beta_i \cdot x_i^* \tag{6.2}$$

где β_i – коэффициент относительной важности *i*-го направления деятельности.

Пример.

Деятельность предприятия оценивается тремя показателями:

– прибыль (млн. руб.) – x_1;

– рентабельность продукции (%) – x_2;

– средняя заработная плата работников (тыс. руб./мес.) – x_3.

Известны значения указанных показателей за предшествующий период, а именно $x_1(-)$=120, $x_2(-)$=18, $x_3(-)$=8,5.

В качестве нормированных показателей будут выступать

$$x_1^* = \frac{x_1}{120}, x_2^* = \frac{x_2}{18}, x_3^* = \frac{x_3}{8{,}5}.$$

Коэффициенты относительной важности каждого показателя:

$$\beta_1 = 0{,}4, \quad \beta_2 = 0{,}2, \quad \beta_3 = 0{,}4.$$

Отметим, что обязательным условием является $\sum\limits_i \beta_i = 1$.

Пусть имеют место два предприятия. Оценить, какое из них лучше работает, более эффективно по критерию Φ.

Исходные данные для расчета

	$x_1(-)$	$x_2(-)$	$x_3(-)$	x_1	x_2	x_3	β_1	β_2	β_3
1 предприятие	120	18	8,5	140	17	7	0,4	0,2	0.4
2 предприятие	120	18	8,5	110	18	8	0,4	0,2	0,4

Рассчитываем значение интегрального критерия для обоих предприятий

$$\Phi_1 = \frac{140}{120} \cdot 0,4 + \frac{17}{18} \cdot 0,2 + \frac{7}{8,5} \cdot 0,4 = 0,98 \, ,$$

$$\Phi_2 = \frac{110}{120} \cdot 0,4 + \frac{18}{18} \cdot 0,2 + \frac{8}{8,5} \cdot 0,4 = 0,94 \, .$$

Вывод: с точки зрения критерия Φ первое предприятие работает более эффективно.

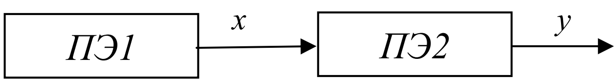
Задание.

Идет чемпионат мира по скоростному бегу на коньках (мужчины). Имеют место четыре дистанции (500 м, 1500 м, 5000 м, 10000 м). Участвуют n спортсменов. Каждый i-й спортсмен на j-й дистанции показывает время t_{ij}. Как выявить абсолютного чемпиона мира, то есть спортсмена, который по совокупности результатов является лучшим?

ТЕМА 7. МЕХАНИЗМЫ СОГЛАСОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ В ГОРИЗОНТАЛЬНО-ОРГАНИЗОВАННЫХ СИСТЕМАХ

Практика рыночной экономики довольно часто диктует необходимость организации экономического взаимодействия «по горизонтали». Речь идет о том, что отсутствует некоторый центр, который взял бы на себя функции метаигрока и определил бы правила игры. Субъекты взаимодействия сами должны находить взаимосогласованный компромисс взаимодействия.

В качестве моделируемой рассмотрим систему, состоящую из двух производственных элементов *ПЭ1* и *ПЭ2*.



Первый производственный элемент вырабатывает полуфабрикат в количестве x и продает его второму, который в свою очередь производит товарную продукцию в количестве y по рыночной цене $Ц_2$. Возникает вопрос, по какой цене $Ц_1$ должен продаваться полуфабрикат?

Примем, что *ПЭ1* имеет затраты в количестве $z_1 = a_1 \cdot x$ (a_1 – норматив затрат).

Затраты *ПЭ2* описываются следующей функцией $z_2 = a_2 \cdot y + Ц_1 \cdot x$ (a_2 – норматив затрат, без учета затрат на приобретение полуфабриката). Считаем, что целевыми функциями для *ПЭ1* и *ПЭ2* являются их прибыли. Очевидно, что область допустимых решений по $Ц_1$ определяется условиями:

$$Пр_1 = Ц_1 x - a_1 x \geq 0,$$
$$Пр_2 = Ц_2 y - a_2 y - Ц_1 x \geq 0.$$

Откуда следует, что

$$\frac{Ц_2 y + a_2 y}{x} \geq Ц_1 \geq a_1 .$$

Задание 1.

При исходных данных $Ц_2 = 250$, $x = 50$, $y = 25$, $a_1 = 2$, $a_2 = 1$, найти $Ц_1$, удовлетворяющую:

- принципу равных прибылей;
- принципу равных рентабельностей;
- принципу нормативного распределения рентабельностей.

Задание 2.

Предложите иные принципы ценообразования.

ТЕМА 8. МАТЕРИАЛЬНОЕ СТИМУЛИРОВАНИЕ В ОРГАНИЗАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ (ЗДРАВООХРАНЕНИЕ)

Одним из основных инструментов стимулирования деятельности организационных элементов является материальное вознаграждение за труд (зарплата, премии). Рассмотрим основные положения, связанные с оплатой труда работников медицинских учреждений. Отметим, что медицинские учреждения финансируются по линии госбюджета. Однако объем этих средств явно недостаточен как для организации нормального функционирования медицинского учреждения, так и для достаточной оплаты медицинского персонала. В связи с этим в последние годы, получили развитие законодательно закрепленные контрактные формы медицинских услуг. В связи с этим возникла проблема организации форм оплаты труда по контрактным видам медицинских услуг.

Структурно схема формирования доходов и их распределения можно представить следующей схемой (рис. 8.1).

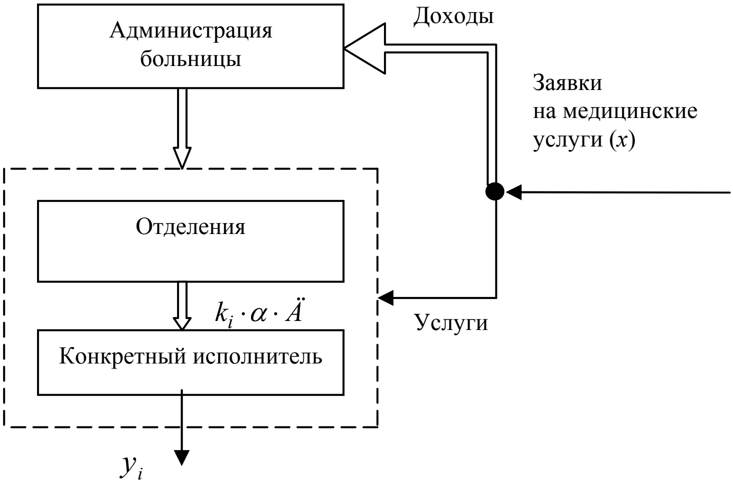


***Рис. 8.1.* x – количество заявок на медицинские услуги; Ц – цена услуги; Д – доход; α – норматив формирования фонда оплаты труда ($0 \le \alpha \le 1$); k_i – коэффициент эффективности (трудового участия) i-го работника; y_i – объем выполненных работ i-м исполнителем.**

При построении системы стимулирования в рассмотренном случае имеют место две проблемы. Первая – порядок, правило формирования k_i. Вторая – выбор конкретного значения α.

Алгоритм формирования k_i предлагается осуществлять традиционным для коэффициентов трудового участия образом:

$$k_i = \frac{y_i}{\sum y_i}. \tag{8.1}$$

Выбор руководством больницы конкретного значения α зависит от того, как разрешается противоречие в интересах между администрацией и исполнителями. Интерес исполнителей заключается в максимизации α, который определяет фонд оплаты труда. Интерес администрации в минимизации α – больше финансовых средств на решение общесистемных задач. Поиск компромисса по α следует искать через исследование поведения исполнителя. Необходимо построить модель принятия им решения по выбору y_i (т.е., по сути, понять мотивацию поведения исполнителей и через это понимание прогнозировать их деятельность, а следовательно и прогнозировать достигаемые результаты при выбранной системе материального стимулирования).

Примем, что целевая функция Центра (администрации больницы) имеет вид:

$$Ф = (1-\alpha) \cdot Ц \cdot \sum y_i \ . \tag{8.2}$$

Целевая функция исполнителя:

$$f_i(y_i) = f_i^*(y_i) - c_i(y_i) \ , \tag{8.3}$$

где $f_i^*(y_i)-$ заработок $i-$го исполнителя, $c_i(y_i)-$стоимостной эквивалент затрат исполнителя, связанных с достижением результата y_i.

Заработок $i-$го исполнителя определяется по правилу:

$$f_i^*(y_i) = \frac{k_i}{\sum k_i} \alpha Ц \sum y_i = \frac{y_i}{\sum y_i} \alpha Ц \sum y_i = \alpha y_i Ц \ . \tag{8.4}$$

Функцию стоимостного эквивалента затрат $i-$го исполнителя представим следующим образом:

$$c_i(y_i) = \omega_0 y_i + \omega_1 y_i^2 \ . \tag{8.5}$$

Таким образом, целевая функция исполнителя имеет вид:

$$f_i(y_i) = \alpha Ц y - \omega_0 y_i - \omega_1 y_i^2 \ . \tag{8.6}$$

Задание.

Пусть $Ц = 400$, $\omega_0 = 25$, $\omega_1 = 0{,}17$, $\alpha = 0{,}2$.

1. Определить оптимальную стратегию $i-$го исполнителя (y_i^0).
2. Построить зависимость $y_i^0 = y_i^0(\alpha)$.
3. Решить задачу выбора α, оптимизирующую $Ф(\alpha)$ при условии, что исполнительные элементы будут придерживаться оптимальных стратегий по критерию $f_i(y_i)$.

Учебное издание

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО КУРСУ
«УПРАВЛЕНЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ»

Составитель: ***Засканов Виктор Викторович***

Методические указания

Редактор И.И. Спиридонова
Доверстка И.И. Спиридонова

Подписано в печать 25.11.13. Формат 60x84 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная.
Печ. л. 1,75. Тираж 50 экз. Заказ . Арт. М1/2013.

Самарский государственный аэрокосмический университет
443086, г. Самара, Московское шоссе, 34.

Издательство Самарского государственного
аэрокосмического университета
443086, г. Самара, Московское шоссе, 34.